



**زیربرنامه:**

Cebeci\_Smith

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| مجید کلی |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، مجید کلی | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **تاریخ تنظیم سند** |  | |
| **شناسه سند** | **MC2F073F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه مقدار پارامترهای مربوط به متغیرهای توربولانسی با استفاده از مدل جبری توربولانسی Cebeci\_Smith محاسبه می شوند.

1. توضیحات و تئوری

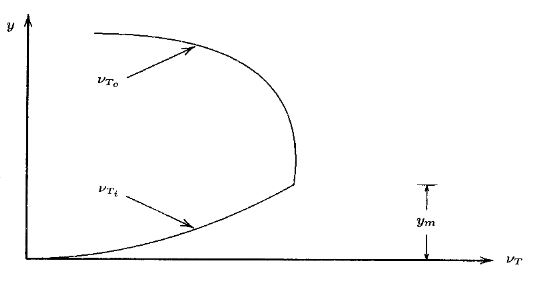
مدل C-S[[1]](#footnote-1) یک مدل دولایه ای می باشد. منظور از دو لایه ای بودن این است که ویسکوزیته ادی به صورت مجزا در دو لایه داده شده است. بر طبق فاصله از نزدیکترین مرز جامد، y، ویسکوزیته ادی بصورت زیر تعریف می شود: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که کوچکترین مقدار y می باشد وقتی که باشد، که ، مقدار ویسکوزیته ادی در لایه خارجی و ، مقدار ویسکوزیته ادی در لایه داخلی می باشد. ]1-3[

بعضی مراجع شبیه مرجع ]4[، مقدار  را بصورت زیر تعریف می کنند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |



1. ویسکوزیته ادی و ]1 [

مقدار و بصورت زیر داده شده است:

لایه داخلی: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

که در آن:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

مقدار  در این مدل توربولانسی بصورتی تعریف شده است که برای مسائل با گرادیان فشار غیر صفر، از دقت بالاتری برخوردار می باشد. k ثابت ون کارمن می باشد که مقدار آن برابر 0.4 است و ، مقدار سرعت اصطکاکی می باشد. ]1-3[

لایه خارجی:

مقدار ویسکوزیته در لایه خارجی بصورت زیر می باشد: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در آن  سرعت در لبه لایه مرزی و  ضخامت سرعت می باشد که از فرمول زیر قابل محاسبه است: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای جریان های غیرقابل تراکم ضخامت سرعت را ضخامت جابجایی می نامند.

مقدار ضرایب بکار رفته در مدل C-S به صورت زیر داده شده است: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

تابع که یکی از اصلاحات انجام شده توسط Corrsin and Kistler (1954) and Klebanoff (1954) بر مدل طول مخلوط است، بصورت زیر تعریف می شود: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این مدل توربولانسی لازم است تا مقدار مشتق مرتبه اول محاسبه شود که برای محاسبه آن از قضیه گرین استفاده می شود. بنابراین خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. بی بعد سازی معادلات

در این قسمت تعدادی از پارامترها و فرمولهای لازم بی بعد سازی می شوند. در حل های عددی بی بعدسازی باعث می شود که بخش های مختلف معادلات هم مرتبه شده و خطاهای گرد کردن کاهش پیدا می کند. برای بی بعد سازی از پارامترهای مختلف استفاده می شود که در این پژوهش از پارامترهای زیر جهت بی بعدسازی استفاده شده است:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این روابط اندیس \* بیانگر پارامترهای بعددار است و اندیس  بیانگر کمیت های جریان آزاد می باشد و c، سرعت صوت را نشان می دهد.

در این زیربرنامه معادلات ‏(3)، ‏(6) و ‏(8) نیاز به بی بعد سازی دارند. برای معادله ‏(3) خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای معادله ‏(6) می توان نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و برای معادله ‏(8) داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین معادلات ‏(3)، ‏(6) و ‏(8)به ترتیب به معادلات بی بعد شده ‏(16)، ‏(17) و ‏(18) تبدیل می شوند. در این معادلات Re، همان عدد رینولدز و M، عدد ماخ می باشند.

* 1. پیاده سازی و الگوریتم برنامه

در این قسمت نحوه پیاده سازی برنامه و الگوریتم آن توضیح داده می شود. بطور کلی در این مسئله دو لایه داریم که باید برای هر لایه مقدار لزجت توربولانسی را بدست آوریم. برای لایه داخلی باید از رابطه ‏(16) لزجت توربولانسی را بدست آوریم. این رابطه دارای پارامترهایی است که باید از قبل مشخص شوند. بنابراین در ابتدا باید از روابط ‏(4)، ‏(12) و ‏(13) مقادیر طول مخلوط و مشتقات مرتبه اول را بدست آوریم و برای بدست آوردن طول مخلوط باید از روابط ‏(5)، ‏(7) و ‏(17) نیز کمک بگیریم.

برای بدست آوردن لزجت لایه خارجی از رابطه ‏(18) استفاده میکنیم. پارامترهای نامشخص در این رابطه باید از قبل مشخص شوند. بنابراین با استفاده از روابط ‏(9) و ‏(11) مقدار  و  محاسبه می شود و سپس با استفاده از رابطه ‏(18) مقدار لزجت توربولانسی برای لایه خارجی بدست می آید.

بعد از اینکه مقدار لزجت توربولانسی برای لایه داخلی و خارجی بدست آمد می توان با استفاده از رابطه ‏(1) و مقدار  ، مقدار لزجت توربولانسی برای هر سلول را بدست آورد.

الگوریتم حل را بطور خلاصه و مفید می توان بصورت مراحل زیر نشان داد.

1. محاسبه مشتقات مرتبه اول از روابط ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)
2. محاسبه  از رابطه ‏(7)
3. محاسبه  از رابطه ‏(17)
4. محاسبه  از رابطه
5. محاسبه  از رابطه ‏(5)
6. محاسبه  از رابطه ‏(4)
7. محاسبه  از رابطه ‏(16)
8. محاسبه  از رابطه ‏(11)
9. محاسبه  از رابطه ‏(9)
10. محاسبه  از رابطه ‏(18)
11. محاسبه  با توجه به داشتن  و 
12. محاسبه  برای هر سلول با استفاده از رابطه ‏(1)
13. بخش‌های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. مقداردهی اولیه به مقدار مشتق در هر کدام از سلول ها

مقدار مشتقات مرتبه اول مربوط به هرکدام از سلول ها برابر صفر قرار داده می شود.

1. محاسبه مشتقات سرعت

در این حلقه بخشی از روابط ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)، برای محاسبه مشتقات مرتبه اول برای برخی از اضلاع محاسبه می گردد و در پارامترهای محلی ذخیره می شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

نقاط تشکیل دهنده ضلع مورد بررسی و همچنین سلول اصلی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه مولفه های سرعت در راستای محور مختصات و فشار

در این مرحله سرعت در جهت x و y و همچنین فشار برای سلول های مورد نظر محاسبه می شود.

1. محاسبه مشتقات سرعت و فشار

بخشی از فرمول های ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)، برای اضلاع مورد نظر محاسبه می شود.

1. محاسبه مشتقات برای سایر اضلاع

در این قسمت بخشی از روابط ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)، برای محاسبه مقدار مشتق مرتبه اول برای اضلاع باقی مانده، محاسبه می شود و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

نقاط تشکیل دهنده ضلع مورد بررسی و همچنین سلول اصلی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه بخشی از فرمول (11) و (12) و (13) برای سایر اضلاع

در این قسمت بخشی از روابط ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)، برای محاسبه مقدار مشتق مرتبه اول برای اضلاع دیگر، محاسبه می شود.

1. محاسبه مشتقات مرتبه اول

در این قسمت مشتقات مرتبه اول با توجه به فرمول های ‏(12) و ‏(13) و ‏(14)، بدست می آید و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. مقدار اولیه برای طول مبدا

مقدار X برای مبدا صفر در نظر گرفته می شود.

1. محاسبه سرعت در لبه لایه مرزی

در این حلقه مقدار سرعت در لبه لایه مرزی محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. مقدار اولیه

مقدار اولیه ای برای پارامتر E1 در نظر میگیریم تا در ادامه مقدار آن محاسبه شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

نقاط تشکیل دهنده ضلع مورد بررسی و همچنین سلول اصلی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه فاصله دیواره از مبدا

در این قسمت مقدار فاصله سلول دیواره از مبدا محاسبه می شود.

1. محاسبه عدد رینولدز

عدد رینولدز بر حسب فاصله از دیواره محاسبه می شود.

1. محاسبه ضخامت لایه مرزی

مقدار ضخامت لایه مرزی محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه سرعت در لبه لایه مرزی

در این قسمت ابتدا سلولی که مقدار y آن تقریبا با ضخامت لایه مرزی یکی می باشد، پیدا می شود و در ادامه سرعت در آن سلول محاسبه می شود که سرعت در لبه لایه مرزی نامگذاری می شود. توجه شود که سلولی که مقدار y آن با ضخامت لایه مرزی تقریبا یکی می شود از میان سلولهایی انتخاب می شود که INW آنها با شماره سلول دیواره یکی است.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. انتخاب سلول های مربوط به هر پروفایل

در این قسمت یک سلول دیواره را در نظر میگیریم و سپس سلول هایی که مربوط به پروفایل مورد نظر نیستند را از محاسبات آن پروفایل خارج میکنیم.

1. محاسبه سرعت و چگالی در لبه لایه مرزی

در این قسمت ابتدا سلولی که مقدار y آن تقریبا با ضخامت لایه مرزی یکی می باشد، پیدا می شود که سرعت و چگالی در آن سلول همان سرعت و چگالی در لبه لایه مرزی در نظر گرفته می شود.

1. محاسبه ضخامت جابجایی

در این حلقه مقدار ضخامت جابجایی با استفاده از رابطه ‏(9) محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. مقداردهی اولیه

مقدار ضخامت جابجایی مقداردهی اولیه می شود تا در ادامه مقدار آن محاسبه شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

نقاط تشکیل دهنده ضلع مورد بررسی و همچنین سلول اصلی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه فاصله دیواره از مبدا

در این قسمت مقدار فاصله سلول دیواره از مبدا محاسبه می شود.

1. محاسبه عدد رینولدز

عدد رینولدز بر حسب فاصله از دیواره محاسبه می شود.

1. محاسبه ضخامت لایه مرزی

مقدار ضخامت لایه مرزی محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه ضخامت جابجایی برای هر پروفایل

در این حلقه مقدار ضخامت جابجایی برای هر پروفایل و با استفاده از رابطه ‏(9) محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. انتخاب سلول های مربوط به هر پروفایل

در این قسمت یک سلول دیواره را در نظر میگیریم و سپس سلول هایی که مربوط به پروفایل مورد نظر نیستند را از محاسبات آن پروفایل خارج میکنیم. همچنین اگر مقدار Y سلول مورد بررسی از مقدار ضخامت لایه مرزی بیشتر باشد، آن سلول در محاسبات لحاظ نخواهد شد چراکه در رابطه ‏(9)، انتگرال از 0 تا ضخامت لایه مرزی می باشد.

1. محاسبه سرعت و چگالی هر سلول

در این قسمت سرعت در راستای X,Y و همچنین چگالی هر سلول محاسبه و ذخیره می گردد.

1. محاسبه سرعت هر سلول

در این قسمت سرعت کلی هر سلول محاسبه و ذخیره می گردد.

1. محاسبه ضخامت جابجایی

در این قسمت مقدار ضخامت جابجایی با توجه به فرمول ‏(9) محاسبه می شود.

1. اصلاح ضخامت جابجایی

میدانیم که ضخامت جابجایی نباید بیشتر از ضخامت لایه مرزی باشد و همچنین مقدار صفر ضخامت جابجایی معنی ندارد،. بنابراین در این قسمت مقدار ضخامت جابجایی اصلاح می شود. بدین صورت که اگر مقدار آن بزرگتر از ضخامت لایه مرزی یا برابر صفر باشد مقدار آن اصلاح خواهد شد. این اصلاح تنها برای جلوگیری از خطاهای احتمالی نوشته شده است.

1. تعیین مقادیر ثابت

در این قسمت مقدار عدد رینولدز تقسیم بر عدد ماخ (RM) تعریف می شود.

1. محاسبه مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه داخلی و خارجی

در این حلقه مقدار ویسکوزیته داخلی و خارجی با استفاده از فرمول های ‏(16) و ‏(18) محاسبه می شود.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای داخلی

نقاط تشکیل دهنده ضلع مورد بررسی و همچنین سلول اصلی آن در پارامترهای محلی ذخیره می گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه برخی پارامترهای مورد نیاز

در این قسمت مقدار چگالی (Rw)، مقدار ویسکوزیته دیواره (Muw) و مقدار تنش برشی روی دیواره (TAUW) محاسبه می شود.

1. محاسبه 

مقدار  با استفاده از فرمول ‏(5) محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد. توجه شود که با توجه به فرمول ‏(5)، اگر مقدار تنش برشی دیواره و یا مقدار گرادیان فشار صفر باشد، مقدار  برابر 26 خواهد بود.

1. محاسبه فاصله دیواره از مبدا

در این قسمت مقدار فاصله سلول دیواره از مبدا محاسبه می شود.

1. محاسبه عدد رینولدز

عدد رینولدز بر حسب فاصله از دیواره محاسبه می شود.

1. محاسبه ضخامت لایه مرزی

مقدار ضخامت لایه مرزی محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه سرعت اصطکاکی و 

در این قسمت مقدار سرعت اصطکاکی با توجه به فرمول زیر و  با توجه به فرمول ‏(17) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. محاسبه طول مخلوط

با توجه به فرمول ‏(4) مقدار طول مخلوط محاسبه و ذخیره می گردد.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه داخلی

با توجه به فرمول ‏(16) مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی داخلی محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه 

در این قسمت با توجه به فرمول ‏(11) مقدار  محاسبه می شود.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه خارجی

در این قسمت مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه خارجی با توجه به فرمول ‏(18) محاسبه می شود.

1. مقدار اولیه 

در این قسمت مقدار اولیه ای برای  در نظر گرفته می شود تا در ادمه مقدار صحیح آن محاسبه شود.

1. محاسبه 

همانطور که قبلا توضیح داده شد  برابر است با کمترین مقدار y در جایی که ویسکوزیته داخلی و خارجی باهم برابر شوند. از آنجا که می دانیم ویسکوزیته داخلی و خارجی اعدادی با چند رقم اعشار هستند و هیچوقت دقیقا باهم برابر نمی شوند، مجبوریم از روشی دیگر مقدار  را محاسبه کنیم. در این حلقه از نزدیکترین سلول به دیواره تا دورترین سلول به دیواره مقدار اختلاف ویسکوزیته داخلی با خارجی محاسبه می شود و هرجا که این اختلاف تغییر علامت دهد بدین معنی است که ویسکوزیته داخلی و خارجی با هم برخورد داشته اند که نقطه برخورد همان  است.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها

در این حلقه مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها با توجه به فرمول ‏(1) محاسبه می شود.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها

در این قسمت مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها با توجه به فرمول ‏(1) محاسبه می شود. بدین صورت که اگر مقدار y سلول مورد نظر کوچکتر از مقدار  مربوطه باشد، از ویسکوزیته داخلی و در غیر اینصورت از ویسکوزیته خارجی استفاده می شود.

1. مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس

برای مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس از دستور شرطی زیر استفاده می کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین نیاز است تا ابتدا مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم را در هر پروفایل بدست بیاوریم و اگر مقدار آن از  کوچکتر بود، مقدار لزجت توربولانسی را برای پروفایل مورد نظر برابر صفر در نظر میگیریم.

1. مقداردهی اولیه

همانطور که گفته شد نیاز است تا مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم برای هر پروفایل بدست آید بنابراین پارامتر MUT\_MAX تعریف می شود تا در ادامه مقدار ماکزیمم لزجت توربولانسی هر پروفایل در آن ذخیره شود.

1. محاسبه ماکزیمم لزجت توربولانسی برای هر پروفایل

مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم برای هر پروفایل محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس

در این قسمت اگر مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم هر پروفایل کمتر از مقدار  باشد، مقدار لزجت توربولانسی برای پروفایل مورد نظر برابر صفر در نظر گرفته می شود.

.

1. مراجع

[1] Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence modeling for CFD* (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: DCW industries.

[2] Celik, I. B. (1999). Introductory turbulence modeling. *Western Virginia University*.

[3] Samantray, P. Implementation of advanced algebraic turbulence models on a staggered grid.

[4] Sávio de Góes Maciel, E. (2007). Turbulent Flow Simulations Using the MacCormack and the Jameson and Mavriplis Algorithms Coupled with the Cebeci and Smith and the Baldwin and Lomax Models in Three-Dimensions.*Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, *1*(3), 147-163.

1. Cebeci & Smith [↑](#footnote-ref-1)